

Mobilkommunikation

1. Übung

Prof. Dr.-Ing. habil. Tobias Weber

9. Januar 2023

Universität Rostock

1. Aufgabe

Im Folgenden wird ein gedächtnisloser Ankunftsprozess mit der Ankunftsrate λ betrachtet.

- a) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einem Zeitintervall T genau k Ankunftsereignisse stattfinden, durch eine Poisson-Verteilung

$$\Pr\{k\} = \frac{(\lambda T)^k}{k!} e^{-\lambda T}$$

beschrieben wird!

- b) Berechnen Sie den Erwartungswert $E\{k\}$ und die Varianz $\text{var}\{k\}$ der Anzahl k der Ankunftsereignisse in einem Zeitintervall T !

- c) Zeigen Sie, dass die Zwischenankunftszeit T_A exponentialverteilt ist

$$p_A(T_A) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda T_A} & T_A > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- d) Berechnen Sie den Erwartungswert $E\{T_A\}$ und die Varianz $\text{var}\{T_A\}$ der Zwischenankunftszeit T_A !

- e) Unter der Vorwärtsrekurrenzzeit T_V versteht man die Zeit vom zufälligen Beobachtungszeitpunkt t bis zum nächsten Ankunftsereignis. Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_V(T_V)$ der Vorwärtsrekurrenzzeit T_V ?

- f) Unter der Rückwärtsrekurrenzzeit T_R versteht man die Zeit vom letzten Ankunftsereignis bis zum zufälligen Beobachtungszeitpunkt. Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_R(T_R)$ der Rückwärtsrekurrenzzeit T_R ?

Nun wird die Zeit $T_A^{(k)}$ bis zum Eintreten des k -ten Ankunftsereignisses betrachtet, das heißt die Zwischenankunftszeit ist

$$T_A = T_A^{(1)}.$$

- g) Zeigen Sie, dass

$$\Pr\{k\} = \Pr\{T_A^{(k)} \leq T\} - \Pr\{T_A^{(k+1)} \leq T\}$$

gilt! $\Pr\{T_A^{(k)} \leq T\}$ ist unter dem Namen Erlang- k -Verteilungsfunktion bekannt. Berechnen Sie den Erwartungswert $E\{k\}$ in Abhängigkeit von den Erlang- k -Verteilungsfunktionen $\Pr\{T_A^{(k)} \leq T\}$, $k = 1 \dots \infty$!

- h) Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_k(T_A^{(k)})$?

- i) Berechnen Sie den Erwartungswert $E\{T_A^{(k)}\}$ und die Varianz $\text{var}\{T_A^{(k)}\}$!