

Mobilkommunikation

3. Übung

Prof. Dr.-Ing. habil. Tobias Weber

6. Dezember 2022
Universität Rostock

1. Aufgabe

Bestimmen Sie jeweils bezüglich der Bezugsfrequenz f_0

a) das zum Tiefpasssignal

$$\underline{u}(t) = j \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)$$

äquivalente Bandpasssignal und

b) das zum Bandpasssignal der Mittenfrequenz $f \neq f_0$

$$a(t) = \sqrt{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) \cos(2\pi ft)$$

äquivalente Tiefpasssignal!

2. Aufgabe

Im Folgenden wird der im Allgemeinen rotationsvariante Rauschvektor

$$\underline{\mathbf{n}} = \mathbf{x} + j\mathbf{y}$$

betrachtet. Man definiert die Korrelationsmatrix

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{nn}} = \mathbb{E}\{\underline{\mathbf{n}} \cdot \underline{\mathbf{n}}^{*\text{T}}\},$$

die Pseudokorrelationsmatrix

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{nn}} = \mathbb{E}\{\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^T\}$$

und die Korrelationsmatrizen

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{\mathbf{xx}} &= \mathbb{E}\{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^{*T}\} \\ \mathbf{R}_{\mathbf{yy}} &= \mathbb{E}\{\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^{*T}\} \\ \mathbf{R}_{\mathbf{xy}} &= \mathbf{R}_{\mathbf{yx}}^T = \mathbb{E}\{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}^{*T}\}\end{aligned}$$

von Real- und Imaginärteil.

- Berechnen Sie die Korrelationsmatrix $\mathbf{R}_{\mathbf{nn}}$ und die Pseudokorrelationsmatrix $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{nn}}$ als Funktionen der Korrelationsmatrizen $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$, $\mathbf{R}_{\mathbf{yy}}$ und $\mathbf{R}_{\mathbf{xy}}$ von Real- und Imaginärteil!
- Berechnen Sie die Korrelationsmatrix $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$, $\mathbf{R}_{\mathbf{yy}}$ und $\mathbf{R}_{\mathbf{xy}}$ von Real- und Imaginärteil als Funktionen der Korrelationsmatrix $\mathbf{R}_{\mathbf{nn}}$ und der Pseudokorrelationsmatrix $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{nn}}$!
- Welche Beziehungen existieren im Falle rotationsinvarianten Rauschens zwischen den Korrelationsmatrizen $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$, $\mathbf{R}_{\mathbf{yy}}$ und $\mathbf{R}_{\mathbf{xy}}$ von Real- und Imaginärteil? Zeigen Sie, dass die Pseudokorrelationsmatrix $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{nn}}$ bei rotationsinvariantem Rauschen der Nullmatrix entspricht!

3. Aufgabe

Aus einem stationären weißen Rauschen mit der zweiseitigen spektralen Leistungsdichte N_0 entsteht durch Filtern mit einem idealen Tiefpass der Bandbreite B ein Tiefpassrauschen $\underline{n}(t)$. Die Übertragungsfunktion des Tiefpasses sei im Durchlassbereich konstant 1.

- Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion

$$\underline{R}_{\mathbf{nn}}(\tau) = \mathbb{E}\{\underline{n}^*(t) \underline{n}(t + \tau)\}$$

des Tiefpassrauschens $\underline{n}(t)$!

- Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion

$$R_{\mathbf{ww}}(\tau) = \mathbb{E}\{w(t) w(t + \tau)\}$$

des zum Tiefpassrauschen $\underline{n}(t)$ äquivalenten Bandpassauschens $w(t)$! Die Bezugsfrequenz der Tiefpass-Bandpass-Transformation sei f_0 .