

7. Übung

Prof. Dr.-Ing. habil. Tobias Weber

13. Januar 2023

Universität Rostock

1. Aufgabe

Im Folgenden wird ein Rayleigh-Kanal betrachtet, siehe Abbildung. Ein komplexwertiges bandbegrenztes Sendesignal $\underline{s}(t)$ der Leistung S wird in den Kanal eingespeist. Der Kanal wird durch einen zufälligen komplexwertigen Kanalkoeffizienten $\underline{H}$ beschrieben. Real- und Imaginärteil des Kanalkoeffizienten $\underline{H}$ sind stochastisch unabhängig voneinander normalverteilt mit jeweils der Varianz $\sigma_H^2/2$. Das dem Empfangssignal $\underline{e}(t)$ überlagerte Rauschen $\underline{n}(t)$ ist weißes Gauß-Rauschen der Leistung σ^2 .



- Berechnen und skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_H(H)$ des Betrags $H = |\underline{H}|$ des Kanalkoeffizienten $\underline{H}$! Betrachten Sie hierzu zunächst Betrag H und Argument $\varphi = \arg(\underline{H})$ als Funktionen von Realteil $\text{Re}(\underline{H})$ und Imaginärteil $\text{Im}(\underline{H})$ des Kanalkoeffizienten $\underline{H}$.
- Berechnen und skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_g(g)$ des Kanalgewinns $g = H^2$!

- c) Berechnen Sie den Erwartungswert $E\{g\}$! Zeigen Sie, dass für das mittlere Signal-Rausch-Verhältnis

$$\bar{\gamma} = \frac{S\sigma_H^2}{\sigma^2}$$

gilt!

- d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_{C_{\text{inst}}}(C_{\text{inst}})$ der instantanen Kanalkapazität C_{inst} mit dem mittleren Signal-Rausch-Verhältnis $\bar{\gamma}$ als Parameter! Bei welcher instantanen Kanalkapazität C_{inst} erreicht die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_{C_{\text{inst}}}(C_{\text{inst}})$ ihren Maximalwert? Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_{C_{\text{inst}}}(C_{\text{inst}})$ für $\bar{\gamma} = 0,25; 1; 4$!
- e) Bestimmen Sie die komplementäre Verteilungsfunktion $\Pr\{C_{\text{inst}} > C\}$ der instantanen Kanalkapazität C_{inst} als Funktion von C mit dem mittleren Signal-Rausch-Verhältnis $\bar{\gamma}$ als Parameter! Skizzieren Sie die komplementäre Verteilungsfunktion $\Pr\{C_{\text{inst}} > C\}$ für $\bar{\gamma} = 0,25; 1; 4$!
- f) Berechnen Sie die Outage-Kanalkapazität C_{out} als Funktion des mittleren Signal-Rausch-Verhältnisses $\bar{\gamma}$ mit der Ausfallwahrscheinlichkeit P_{out} als Parameter! Skizzieren Sie die Outage-Kanalkapazität C_{out} als Funktion des mittleren Signal-Rausch-Verhältnisses $\bar{\gamma}$ für $P_{\text{out}} = 0,01; 0,05; 0,1; 0,5$!
- g) Berechnen und skizzieren Sie die ergodische Kanalkapazität C_{erg} als Funktion des mittleren Signal-Rausch-Verhältnisses $\bar{\gamma}$! Zur Darstellung des Ergebnisses Ihrer Berechnungen können Sie die Integralexponentialfunktion

$$E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$$

verwenden.