

9. Übung

Prof. Dr.-Ing. habil. Tobias Weber

13. Januar 2023

Universität Rostock

1. Aufgabe

Ein WSSUS-Kanal ist durch das Verzögerungsleistungsdichtespektrum

$$R_{\text{hh}}(\tau, 0) = \begin{cases} a e^{-a\tau} & \tau > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

charakterisiert.

- a) Berechnen Sie die Verzögerungsspreizung T_{M} als Funktion von a !
- b) Berechnen Sie die Frequenz-Korrelationsfunktion $\underline{R}_{\text{HH}}(\Delta f, 0)$!
- c) Berechnen Sie die Kohärenzbandbreite B_{C} als Funktion von a !

Das Dopplerleistungsdichtespektrum des WSSUS-Kanals entspricht einem Jakes-Spektrum

$$R_{\text{UU}}(0, f_{\text{D}}) = \begin{cases} \frac{1}{\pi f_{\text{D,max}} \sqrt{1 - \left(\frac{f_{\text{D}}}{f_{\text{D,max}}}\right)^2}} & -f_{\text{D,max}} \leq f_{\text{D}} \leq f_{\text{D,max}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

- d) Berechnen Sie die Dopplerspreizung B_{D} als Funktion der maximalen Dopplerfrequenz $f_{\text{D,max}}$!

- e) Berechnen Sie die Zeit-Korrelationsfunktion $\underline{R}_{\text{HH}}(0, \Delta t)$! Sie können Ihr Ergebnis unter Verwendung der Besselfunktion erster Art und nullter Ordnung

$$J_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(z \sin(\theta)) d\theta$$

darstellen.

- f) Berechnen Sie die Korrelationsdauer T_C als Funktion der maximalen Dopplereffrequenz $f_{D,\text{max}}$!

2. Aufgabe

Für die erste und die zweite Ableitung der Zeit-Korrelationsfunktion werden im Folgenden die Symbole

$$\dot{\underline{R}}_{\text{HH}}(0, \Delta t) = \frac{d\underline{R}_{\text{HH}}(0, \Delta t)}{d\Delta t}$$

und

$$\ddot{\underline{R}}_{\text{HH}}(0, \Delta t) = \frac{d^2 \underline{R}_{\text{HH}}(0, \Delta t)}{d\Delta t^2}$$

verwendet.

- a) Zeigen Sie, dass für die mittlere Dopplerverschiebung

$$\bar{f}_D = \frac{1}{j2\pi} \frac{\dot{\underline{R}}_{\text{HH}}(0, 0)}{\underline{R}_{\text{HH}}(0, 0)}$$

gilt!

- b) Zeigen Sie, dass für die Dopplerspreizung

$$B_D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left| \frac{\dot{\underline{R}}_{\text{HH}}(0, 0)}{\underline{R}_{\text{HH}}(0, 0)} \right|^2 - \frac{\ddot{\underline{R}}_{\text{HH}}(0, 0)}{\underline{R}_{\text{HH}}(0, 0)}}$$

gilt!

- c) Wie lassen sich analog zu **a)** und **b)** die mittlere Verzögerung $\bar{\tau}$ und die Verzögerungsspreizung T_M aus der Frequenz-Korrelationsfunktion $\underline{R}_{\text{HH}}(\Delta f, 0)$ berechnen?