

11. Übung

Prof. Dr.-Ing. habil. Tobias Weber

20. Januar 2023
Universität Rostock

1. Aufgabe

Mit der bekannten Systemmatrix $\underline{\mathbf{G}}$ ergibt sich der beobachtete Empfangsvektor zu

$$\underline{\mathbf{e}} = \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\mathbf{h}} + \underline{\mathbf{n}}.$$

Das Rauschen $\underline{\mathbf{n}}$ ist mittelwertfreies farbiges Gauß-Rauschen mit der bekannten Korrelationsmatrix $\underline{\mathbf{R}}_{\text{nn}}$.

Berechnen Sie die Maximum-Likelihood-Schätzung $\hat{\underline{\mathbf{h}}}$ des Kanalvektors $\underline{\mathbf{h}}$!

2. Aufgabe

Der Empfangsvektor $\underline{\mathbf{e}}$ ergibt sich mit der Systemmatrix $\underline{\mathbf{G}}$, dem Kanalvektor $\underline{\mathbf{h}}$ und dem mittelwertfreien weißen Rauschen $\underline{\mathbf{n}}$ zu

$$\underline{\mathbf{e}} = \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\mathbf{h}} + \underline{\mathbf{n}}.$$

Gesucht ist ein linearer, durch die Schätzmatrix $\underline{\mathbf{D}}$ beschriebener, Kanalschätzer

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}} = \underline{\mathbf{D}} \cdot \underline{\mathbf{e}},$$

der systematische Fehler vollständig eliminiert und unter dieser Nebenbedingung Rauschen bestmöglich unterdrückt.

3. Aufgabe

Mit der bekannten Systemmatrix $\underline{\mathbf{G}}$ ergibt sich der beobachtete Empfangsvektor zu

$$\underline{\mathbf{e}} = \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\mathbf{h}} + \underline{\mathbf{n}}.$$

Das Rauschen $\underline{\mathbf{n}}$ ist mittelwertfreies farbiges Gauß-Rauschen mit der bekannten Korrelationsmatrix $\underline{\mathbf{R}}_{\text{nn}}$. Der Kanalvektor ist mittelwertfrei Gauß-verteilt mit der bekannten Korrelationsmatrix $\underline{\mathbf{R}}_{\text{hh}}$.

Berechnen Sie die Maximum-a-posteriori-Schätzung $\hat{\underline{\mathbf{h}}}$ des Kanalvektors $\underline{\mathbf{h}}$!

4. Aufgabe

Mit dem Kanalvektor $\underline{\mathbf{h}}$, der Systemmatrix $\underline{\mathbf{G}}$ und dem weißen Rauschen $\underline{\mathbf{n}}$ der Varianz σ^2 ergibt sich der Empfangsvektor zu

$$\underline{\mathbf{e}} = \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\mathbf{h}} + \underline{\mathbf{n}}.$$

Gesucht wird ein linearer durch die Schätzmatrix $\underline{\mathbf{D}}$ beschriebener Kanalschätzer. Im Folgenden bezeichnen $\underline{\mathbf{G}}_w$ die w -te Spalte der Systemmatrix und $\underline{\mathbf{D}}_w$ die w -te Zeile der Schätzmatrix. Die Schätzung des w -ten Kanalkoeffizienten $\underline{h}_w$ ergibt sich dann zu

$$\hat{\underline{h}}_w = \underline{\mathbf{D}}_w \cdot \underline{\mathbf{e}} = \underbrace{\underline{\mathbf{D}}_w \cdot \underline{\mathbf{G}}_w \underline{h}_w}_{\text{Nutzanteil}} + \underbrace{\sum_{v \neq w} \underline{\mathbf{D}}_w \cdot \underline{\mathbf{G}}_v \underline{h}_v}_{\text{Interferenz}} + \underbrace{\underline{\mathbf{D}}_w \cdot \underline{\mathbf{n}}}_{\text{Rauschen}}.$$

Die Kanalkoeffizienten $\underline{h}_w$ sind unkorreliert und haben jeweils die Varianz σ_{H}^2 .

a) Zeigen Sie, dass das SNIR

$$\gamma_w = \frac{S}{N + I} = \frac{\text{E}\left\{|\underline{\mathbf{D}}_w \cdot \underline{\mathbf{G}}_w \underline{h}_w|^2\right\}}{\text{E}\left\{\left|\sum_{v \neq w} \underline{\mathbf{D}}_w \cdot \underline{\mathbf{G}}_v \underline{h}_v\right|^2\right\} + \text{E}\left\{|\underline{\mathbf{D}}_w \cdot \underline{\mathbf{n}}|^2\right\}}$$

genau dann maximal wird, wenn das Verhältnis aus gesamter Empfangsleistung $S + N + I$ zu Nutzleistung S minimal wird!

b) Bestimmen Sie die Schätzmatrix $\underline{\mathbf{D}}$ so, dass das SNIR maximal wird!